FONCTIONS RECIPROQUES

résultats à retenir :

- Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$ et f une fonction définie sur I .
  On dit que f réalise une bijection de I sur $f(I)$ (ou que f est une bijection de I sur $f(I)$) , si pour tout y de $f(I)$, l'équation $f(x) = y$ admet une unique solution dans I .
- Si f est une fonction strictement monotone sur un intervalle I , alors f réalise une bijection de I sur $f(I)$.
- Soit f une bijection d'un intervalle I sur $f(I)$. On appelle fonction réciproque de f et on note f^{-1} la fonction définie sur $f(I)$ qui à tout y de $f(I)$ associe l'unique solution dans I de l'équation $f(x) = y$.
- Soit f une bijection d'un intervalle I sur $f(I)$ et f^{-1} sa fonction réciproque .
  Pour tout x de I et tout y de $f(I)$, $f(x) = y$, si et seulement si,
  $f^{-1}(y) = x$.
  $f^{-1} \circ f(x) = x$, pour tout x de I et $f \circ f^{-1}(y) = y$, pour tout y de $f(I)$.
- Les courbes respectives d'une bijection f et de sa réciproque f^{-1} dans un repère orthonormé sont symétriques par rapport à la droite $\Delta : y = x$.
- Si f est une fonction continue et strictement monotone sur un intervalle I alors sa réciproque f^{-1} est continue et strictement monotone sur l'intervalle $f(I)$ et varie dans le même sens que f .
- Soit f une fonction strictement monotone d'un intervalle I sur $f(I)$, a un réel de I et $b = f(a)$.
  Si f est dérivable en a et si $f'(a) \neq 0$, alors f^{-1} est dérivable en b et $(f^{-1})'(b) = \dfrac{1}{f'(a)}$.